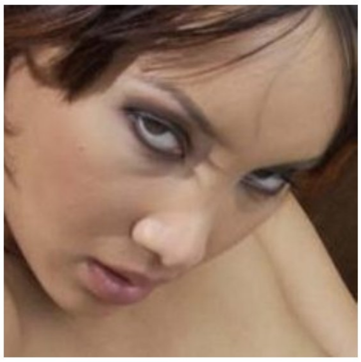
FICHE INTEGRALES I



Katsumi, une spécialiste de l'intégration par parties

$$f \text{ continue sur } [a,b] \Rightarrow f \text{ integrable sur } [a,b]$$

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

où F est une primitive de f sur [a,b]

Si f est continue sur [a,b],

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt \quad \text{est dérivable sur } [a,b]$$

en tant que primitive de f qui s'annule pour $x=a$. De plus, $F'(x)=f(x)$.

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

(relation de Chasles, valable pour tout réel c)

$$\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$\forall k \in \mathbb{R} \quad \int_a^b k.f(x)dx = k.\int_a^b f(x)dx$$

(linéarité)

$$\forall x \in [a,b] \ f(x) \geqslant 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geqslant 0$$

(positivité)

$$\forall x \in [a,b] \ f(x) \geqslant g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geqslant \int_a^b g(x)dx$$

(croissance)

$$\forall x \in [a,b] \ m \leqslant f(x) \leqslant M \Rightarrow m(b-a) \leqslant \int_a^b f(x)dx \leqslant M(b-a)$$

(inégalité de la moyenne)